**Prove that in any triangle $ABC$:**

$$\frac{r_a}{(s-b)(s-c)}+\frac{r_b}{(s-c)(s-a)}+\frac{r_c}{(s-a)(s-b)}\geq\frac{2}{r}\sqrt{\frac{4R+r}{2R}}$$

*Proposed by Nguyen Viet Hung – Hanoi – Vietnam*

*Solution by Kevin Soto Palacios – Huarmey – Vietnam*

**Probar en en triángulo $ABC$, la siguiente desigualdad:**

$$\frac{r_a}{(s-b)(s-c)}+\frac{r_b}{(s-a)(s-c)}+\frac{r_c}{(s-b)(s-a)}\geq\frac{2}{r}\sqrt{\frac{4R+r}{2R}}$$

**Recordar lo siguiente en un triángulo $ABC$:**

$$r_a=\frac{S}{s-a},r_b=\frac{S}{s-b},r_c=\frac{S}{s-c},S=\frac{abc}{4R}$$

$$r=4R\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}=4R\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{abc}$$

**Reemplazando en la desigualdad...**

$$\frac{S}{(s-a)(s-b)(s-c)}+\frac{S}{(s-a)(s-b)(s-c)}+\frac{S}{(s-a)(s-b)(s-c)}\geq$$

$$\geq\frac{2abc}{4R(s-a)(s-b)(s-c)}\sqrt{\frac{4R+r}{2R}}$$

$$\Rightarrow \frac{6SR}{abc} \geq \sqrt{\frac{4R+r}{2R}} \rightarrow \frac{3}{2} \geq \sqrt{\frac{4R+r}{2R}} \rightarrow \frac{9}{4} \geq 2 + \frac{r}{2R} \rightarrow \frac{1}{4} \geq \frac{r}{2R} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow R \geq 2r$.... **(Desigualdad de Euler)**